

ZADÁNÍ DRUHÉ SÉRIE

TERMÍN ODEVZDÁNÍ: 9. 1. 2012

Běh událostí je někdy opravdu zvláštní. V jednu chvíli máte pocit, že je všechno pod kontrolou, a než se nadějete, je kontrola pode vším. Je to asi jako když se snažíte napít z moc úzké láhve, a po usilovné námaze vás nosorožec s brčkem uvnitř láhve přesvědčí, že on pije z vás. Ale i když víte, že si z vás jsoucno tropí kruté žerty, stále hluboko uvnitř víte, že xenofobii by se mělo zamezit, že války vůbec nejsou dobrá věc, že Ackermannova funkce roste poměrně rychle a že některé věty zcela odbíhají od tématu.

Všechny tyto věci by Křivohlenovi prolétly hlavou, kdyby ovšem jeho hlavu nehlídalo několik výhruzně vyhlížejících strážníků s gumovými obuškami a povlávající vlajkou s tyrkysově světélkujícím nápisem KONSTRUKTIVNÍM MYŠLENKÁM VSTUP ZAKÁZÁN. Asi by býval potřeboval vyškoleného tlumočníka mezi svými emocemi a opuštěným obyvatelem opuštěné věznice na opuštěném ostrově v opuštěném oceánu rozumu. Slonovinová rukojeť Hebkostřevina nože na něj ale zlověstně pomrkávala a nedávala mu času nazbyt. Musel se rozhodnout hned.

Úloha 0. *Napište báseň o Křivohlenových myšlenkových pochodech v onu osudnou chvíli a rozhodněte, jaký měl nakonec z celé situace pocit. Minimální délka je 12 veršů. (Je doporučeno přečíst si konec první série.)*

Jen o pár místností níže spal tou dobou obrovský černý drak. Tedy, byl ve službě, takže samozřejmě nespal. Pouze bedlivě pozoroval okolí skrz pevně zavřená víčka a v pravidelných intervalech ostražitě vydechoval páru. Proto ho tak překvapilo, když se zničehonic mezi jeho tvrdé šupiny zabodl opeřený šíp.

„Kdo se mě odvažuje budit... eh... vyrušovat?“ zaburácel, vzepjal se a začal chrlít oheň. Byl to samozřejmě jeden z těch draků, kteří umí mluvit, protože to je pohádkové klišé. Se zahalenou postavou na druhém konci místnosti však to ani nehnulo.

„Mé jméno je Hoříknír, a s tvým ohněm nemá nic společného,“ zazněl temný hlas. „Jsem z cechu stěničářů a přicházím ochránit Mokrokrot. Ohrožuješ široké okolí a je potřeba se tě zbavit.“

„Blázne! Myslíš, že se mi můžeš rovnat?“ Dlouhý luk z jasanového dřeva zadrnčel podruhé.

„I kdybys umocnil svůj osminásobek na třetí, nesahal bys ani po paty hodnotě mé Eulerovy funkce,“ odfrkl si lovec. To draka rozzlobilo. Z jeho nozder vyletěl další žhavý oblak a mocný úder ocasem přinutil Hoříkníra uskočit zpět. Zato horská stěna dostala plný zásah. Za chvíli se všechno třásla a shora padaly spršky kamenů.

„Za tuhle troufalost tě usmažím!“

„Nemyslím,“ odvětil stěničář a vyšvihl se mu na hřbet. Drak zavyl, napůl šílený bolestí, a pokusil se o poslední akrobatický kousek. Máchnul křídly, vyrazil plnou silou vzhůru a ničil vše, co mu stálo v cestě. Zanedlouho byl venku z hory. Modré nebe bylo to poslední, co spatřil.

Když poslední Hoříknírova střela zasáhla svůj cíl, rozhlédl se. Řítil se k zemi na zádech čerstvě skoleného draka. Nebyl však jediným pasažérem.

„Těpic!“ vypískl Křivohlen. „Prosím tě, jak se nejrychleji dostaneme do Mokrokrotu?“

„Právě na něj padáme, ty tupče,“ zasyčela Hebkostřeva, stále útočící dýkou na jeho dosud nezaniklý brzlík. Hoříknír byl dokonale zmaten. Aby se vyhnul společenskému faux pas, začal rychle počítat drakovy šupiny a doufal, že už brzy dopadnou.

Úloha 1. *Během boje s Hoříknírem přišel drak o třetinu svých šupin a při letu se jich zničilo 25% z původního počtu. Kolik měl drak šupin, než na něj Hoříknír zaútočil, pokud mu jich zbývá už jen 10?*

Jakmile se naši dva hrdinové a Křivohlen probrali z nárazu, přicupital k nim Strmožluč.

„Já to tušil! Zbavili jste nás velké hrozby a za to vám daruji Pytel bazmeků!“

„Ne! Prosím, udělám cokoli, ale nedávejte nám Pytel bazmeků! Vždyť to autorovi umožní úplně zkazit příběh!“ zaúpěl Hoříknír, ale Křivohlen už se po něm sápal. Chvíli v něm lovil a za chvíli vytáhl tři stopy širokou oranžovou chobotnicí se shnilou banánovou slupkou pod pravým obočím, která měla pod druhým spodním přísavkem na sedmém chapadle podivuhodně živou miniaturu kominíka, tvořícího satiru na systém uspořádání vodovodních trubek po městě, a ještě ke všemu si pobrukovala slova na každý prvočíselný mollový akord z pochybného lidového popěvku a její chřípí se zakymácelo pokaždé, když se některé z vyjmenovaných slov po b střetlo s his moll.

Ruchovec vyděšeně zařval. „Co jste to udělali? Vždyť jste vyvolal Lumíra, mého úhlavního nepřitele! Za tohle zaplatíte!“

Hoříknír si hlasitě povzdechl s výrazem *já vám to říkal*, když vtom se ozvalo středně tiché *žglomst* a Lumír už tam najednou nebyl. To však Strmožluče neuchlácholilo.

O chvíli později už dívka, stěničář a pabl b stáli ve velké soudní síni. Před nimi seděla velká Rada Sedmi: precizní Numerátor, zlomyslný Denominátor, odpudivý Ratizátor, hrůzostrašný Derivátor, líný Prokrastinátor, melodický Solmizátor a v čele obávaný Determinátor. Denominátor si odkašlal. „Byli jste sem předvedeni kvůli vašim neslýchaně zlým činům, které opravdu nebyly dobré. Cože jste to vlastně provedli? Ale vždyť je to jedno. Denominuji vás na odsouzení! Jaký rozsudek navrhuje rada?“

„Pěkně jim to spočítáme!“ vykřikl Numerátor.

„**DO** hladomorny s nimi!“ zvolal Solmizátor.

„Já bych to nechal na později,“ navrhnul Prokrastinátor.

„Mohli bychom je poslat mezi mé mazlíčky,“ rozsvítil se Ratizátor.

„**RE**cenze o nich neříkají nic dobrého,“ namítl Solmizátor.

„Nechte to na mě,“ postavil se Derivátor. „Nezapomínejte, že než mě Metodějův kamarád potkal, jmenoval se Lineár.“

„Ale nač ten spěch?“ divil se Prokrastinátor.

„**MI**nuty rychle ubíhají, musíme jednat,“ usadil ho Solmizátor.

„Mé krysy by to mohly pěkně urychlit,“ šklebil se Ratizátor.

„**FA**ntazíruj si někde jinde.“ Solmizátorovi začínala docházet trpělivost. „**SO**liptisté jste, všichni do jednoho! Jakmile vás člověk přestane hlídat, hned vymýšlíte samé pitomosti.“

„Jestli se to rychle nevyřeší, tak se mnou už příště **NEPOČÍTEJTE!**“ sdílel Numerátor Solmizátorův názor.

„**LA**nte si s tím hlavu kolik chcete, stejně bych je nejradši šoupl do hladomorny. . .“ unaveně prohlásil Solmizátor.

„Nechme to být a pojďme pít!“ zarecitoval Prokrastinátor.

„Navrhuji je poslat hodně daleko, kde budou tropit problémy jiným, načež se řídit Prokrastinátorovým nápadem, když tak diskriminujete mé miláčky!“ zvolal uraženě Ratizátor.

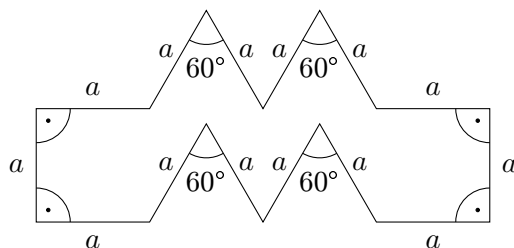
„To zní jako dobrý nápad, mohli bychom jim za trest uložit, aby se pokusili stát slavnými dobrodruhy,“ usmál se potutelně Denominátor.

„**S**Ice se mi to úplně nezamlouvá, ale souhlasím,“ kapituloval Solmizátor.

„Není to zcela špatný nápad,“ odvodil Derivátor. Determinátor pomalu vstal. „Slyšte tedy váš rozsudek!“ zaduněl temným hlasem. „Půjdete do světa a získáte slávu jako dobrodruzi, zatímco my se půjdeme hodovat a veselit se!“ Nějakou dobu po odchodu trestanců napadla již trochu přioopilého Solmizátora zajímavá myšlenka.

„**D**OKázali bychom si rozdělit tuto síň tak, aby měl každý stejný kousek?“

Úloha 2. Rozdělte útvar na obrázku na sedm shodných částí.



„Hebkostřevo, mohla bys prosím už konečně sundat tu dýku z Křivohlenova brzlíku? Pokud máme zvládnout úkol uložený Radou, musíme být aspoň trochu spojití.“

„Ale když on je tak strašně... tupý!“ zašeptala nazlobeně Hebkostřevo tak, aby ji slyšel jen stěničář. Hoříknír musel uznat, že na tom něco je, ale nechtěl se vzdát tak snadno. „Možná, že kdyby nás bylo víc, mohlo by to být snazší. Nemůžeme se přece vydat na takovouhle výpravu ve dvou!“

„Hej, já jsem tady taky!“ rozhořčeně namítl Křivohlen, načež ho Hebkostřevo napomenula, aby jí to tak často nepřipomínal.

„No výborně, vidím hospodu na pravoboku,“ hlásil Hoříknír. Hebkostřevo významně povytáhla obočí do boku a její dýka tento pohyb okopírovala.

Lokál Zašitého bubnu byl toho odpoledne obzvláště přeplněný. Vyskytovala se v něm pestrá škála individuí těch nejroztodivnějších proporcí. Byly tu odměřené postavy, společenské postavy, historické postavy, postavy štíhlé postavy a dokonce i postavy ze třetího příkladu. Dveře se rozletěly a odhalily siluety hodné postavy, zlé postavy a ošklivé postavy. Poslední jmenovaná zavřestěla: „Tak co, vy nechutná bando podle osy y parciálně zderivovaných ožralů, připojíte se k nám na naší cestě za slávou, ke které máme asi takovou šanci se dostat, jako konvergující posloupnost do nekonečna?!“

„Ehm, zřejmě sis ten proslov měl líp promyslet“ zašeptal nervózně Hoříknír, načež se rychle sehnul, aby se vyhnul letícímu džbánku, který, jak už to tak v hospodách bývá, vyvolal svým nárazem do hlavy jiného pijáka řetězovou reakci, která vyústila v působivou přehlídku bojových dovedností takřka všech přítomných. Hebkostřevo našťestí zpozorovala u stěny starou skříň a bleskově do ní uklidila sebe i ostatní. Křivohlen se mezitím docela nudil, a tak zatímco přežvykoval kus žvance, který odněkud přilétl, začal pozorovat mezi rváči jisté pravidelnosti...

Úloha 3. *V samém centru rvačky se nacházelo pět postav, z nichž každá měla jiné jméno, jiné povolání, jiný nápoj, jinou motivaci k účasti ve rvačce a utrpěla jinou újmu. Je známo následující:*

Údržbář se rvačky účastnil z nudy, ale nebyl tím, kdo si opařil žebro.

Hnilohrt nebyl tím, komu byl ukousnut zub.

Hostinskému vyhřeznul vlas.

Kokafolu pil revizor.

Plašipysk pil Pivo žvástů a účastnit se musel, protože celou rvačku inicioval.

Ten, kdo se rvačky účastnil proto, aby šel s davem, si vyvrknul slinivku.

Trouchnitýl je alchymystifikátor.

Ten, kdo si uskřinul hltan, pil neposedný čaj.

Křehkoslz je umělecký diakritik, ale nebyl tím, kdo se rvačky účastnil, aby se prosadil.

Tvrdou kávu pil ten, kdo se rvačky účastnil z hladu.

Kladivous pil ohnivý rum.

Přřadte k postavám jejich specifika.

Když zvuky rvačky zcela utichly, Hoříknír pomalu otevřel dveře. Na vnitřek lokálu nebyl pěkný pohled.

„Vám jste těm, kterým sháněli posílám do vaší družince?“ ozval se hluboký hlas ze zadní části místnosti. Mezi změtí zubožených pijanů se tyčil rozložitý hromotluk.

„Udělám pro vás čemukoli, abych se dostal z tomuto městu!“ praštil do podlahy mohutným kyjem, aby svým slovům dodal váhu.

„Jak jsi zvládnul tu rvačku a co jsi zač?“ otázala se Hebkstřeva s ošklivým tušením, že možná narazila na někoho horšího než Křivohlen.

„Třetipádovi jménu mému. Ostatním házeli věcem a volali slovům, a mě prostě stál a čekal. A vám jste komu?“ zahuhlal obr, který teď před nimi stanul v celé své ošklivosti.

„Aha, Třetipád, to leccos vysvětluje,“ oddechl si Hoříknír.

„My jsme banda ubožáků, kteří se musí vydat na dobrodružství, aby se stali slavnými. Pojď s námi a alespoň pár hodin nebudeš litovat.“

„Výborně! Tak jakému je nám plánu? Kam se vydáme?“ Hebkstřevě něco přelétlo po tváři. Na první pohled to vypadalo jako pták z řádu měkkozobých, ale bystrý pozorovatel by býval odhalil, že se jednalo o nějakou neidentifikovatelnou emoci. „Mám nápad,“ řekla pomalu. „Vím o starodávné pevnosti nepřiliš daleko odtud, říká se jí Černý hrad s příděchem pochybně fialové.“ Ostatní kupodivu souhlasili.

„Tomu zní jako bezva místu pro začátku dobrodružství! Není na čemu čekat,“ imitoval Třetipána Křivohlen. „Vzhůru do šalině! Je tomu nejrychlejšímu.“

Během jízdy Mokrokrutskou derivovanou dolevou se kolem nich prosmýkla postava, která se snažila tvářit nenápadně. „Určitě to bude šalinkartograf,“ ztišila hlas Hebkstřeva. Byl a nejspíš by si jich ani nevšimnul, nebýt Křivohlenova výkřiku: „Tak pozor, ať si nás nevšimne!“ Hoříknír se plácl dlaní do čelní dutiny. „No výborně,“ zamumlal otráveně. „Teď abychom si všichni vymysleli falešné rodné číslo. Tady ale na nějakou dělitelnost jedenácti nehrají, mají složitější kritéria. Když budeme rychlí, třeba nic nepozná.“

Úloha 4. *a) Najděte všechny trojice přirozených čísel menších než 10, pro které platí, že jejich součin je sedminásobkem jejich součtu.*

b) Určete přirozená čísla x, y pokud platí $y = n(x, y) + D(x, y) - 1$ a zároveň je y o 4 větší než x . $D(x, y)$ je největší společný dělitel čísel x a y , $n(x, y)$ je jejich nejmenší společný násobek. Nulu za přirozené číslo nepovažujeme.

(Žákům 6. a 7. tříd základních škol a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií bude započítán lepší z příkladů a), b); žákům 8. a 9. tříd základních škol a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií bude započítán pouze příklad b).)

Sličnostehna pokojně rozjímalala nad knihou. Nebyl to však žádný brak, nýbrž poctivá léčitelská literatura. Dělávala to často, jedině tak se mohla ve svém umění zdokonalit. Většinou se ovšem nestávalo, že by její meditaci přerušilo středně tiché žglomst. Byla ale natolik pohroužená sama do sebe, že nezaregistrovala ani chapadlo, které se po ní sápallo, ani nenadálou výměnu svého prosluněného soláru za temnou kobku Černého hradu s příděchem pochybné fialové. Z transu ji probral až příchod tvora s nezvykle tvarovaným hlenem a jeho tři společníků.

„Tomu vypadá jako dámě v nesnázím!“ poznamenal pohotově Třetipád.

„Hmm. Jediné nesnáze, ve kterých se nalézám, způsobil vás příchod. A hele, já jsem někde jinde, vypadá to jako hrad! Tak to pak jo, to vám dovolím mě zachránit. Jsem Sličnostehna, novicka bohyně Gró.“

„Já jsem Hoříknír a tohle jsou – ale co na tom záleží,“ rezignoval stěničář.

„Copak tu děláte?“ Hebkostřeva zarytě mlčela, takže odpověď připadla na Křivohlena.

„Jdeme na fakt super výpravu! Získáme slávu a bohatství a užijeme si přitom spoustu zábavy. Nechceš se přidat a zlepšit tak genderovou vyváženost naší skupiny?“

„Ale jo, mohla by to být zajímavá zkušenost.“

„No fajn, ale pospěšte si,“ popoháněla je Hebkostřeva, celá pobledlá. Ostatní ji následovali. Ovšem pouze do té chvíle, než se pod nimi otevřely dvoje padací dveře a pohltily je. Jedinou útěchou jim mohlo být to, že měly pěkné geometrické vlastnosti.

Úloha 5. a) První dveře mají tvar rovnostranného trojúhelníku ABC . Označme střed AB jako D , střed BC jako E , střed AC jako F , střed DE jako G , střed EF jako H a střed DF jako I . Obsah trojúhelníku GHI je 2 cm^2 . Jaký je obvod dveří?

b) Druhé dveře mají tvar lichoběžníku $ABCD$, ve kterém je strana AB rovnoběžná se stranou CD a úhlopříčka AC se protíná s úhlopříčkou BD v bodě X . Obsah trojúhelníku AXD je 12 cm^2 , obsah trojúhelníku CXD je 8 cm^2 . Jaký je obsah dveří?

(Žákům 6. a 7. tříd základních škol a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií bude započítán lepší z příkladů a), b); žákům 8. a 9. tříd základních škol a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií bude započítán pouze příklad b).)

Hned po pádu je přivítala rozšklebená tvář. „Výborně, Hebkostřevo. Už jsem začínal mít strach, že nepřiješ.“ Nakřápnutý hlas patřil ohyzdné postavě v černé robě, která něco míchala v kotli.

„Cože?“ vyjekl Křivohlen. „Nás někdo čekal?“

„Ach, vy hlupáci. Poslal jsem Hebkostřevu, aby vás sem přivedla. Obzvláště tebe, Křivohlene.“

„Jó, jsem výjimečnej!“ zaradoval jsem Křivohlen.

„Chystám se provést rituál a musím obětovat co nejtupějšího tvora, aby to fungovalo.“

„Tak hele,“ vložil se do toho Hoříknír. „Nechceme žádné problémy. Prostě jen procházíme kolem. Kdo vlastně jsi?“

„Jsem Plesnihrb, nadcházející vládce světa.“

„No paráda, má i napoleonský komplex,“ povzdechla si Sličnostehna. „Nechceš nás prostě pustit? Máme docela naspěch.“

„Ne, myslím, že to nepůjde,“ odvětil Plesnihrb pomalu. „Jistě pro zbytek z vás také najdu využití.“

„A co bude se mnou?“ otázala se Hebkostřeva s nepatrným zachvěním.

„Hmm. Zajímavá otázka. Ale myslím, že bych tě ještě mohl využít. Za tři dny chystám velký útok na Suchodrs, přesně v poledne. Jediné, co by mi to mohlo překazit, je —“

V tu chvíli se událo několik věcí. Tak pěkně popořadě:

Sličnostehna svou grimasou dala najevo svůj odpor k mágovi.

Křivohlen svou grimasou dal najevo, že netuší, o čem je řeč.

Hoříknír svou grimasou dal najevo svůj názor na Newtonovu korpuskulární teorii.

Hebkostřeva svou grimasou nedala najevo vůbec nic.

Třetipád svou grimasou dal najevo, že se kyjem rozmachuje Plesnihrbovým směrem.

Plesnihrb svou grimasou dal najevo, že Třetipáda nevidí.

Lumír svou grimasou dal najevo, že tam nemá co dělat.

Hoříknír svou grimasou dal najevo, že jeho obočí je stejně pružné, jako kdysi.

Třetipád svou grimasou dal najevo, že jeho kyj minul cíl.

Plesnihrb svou grimasou dal najevo, že nedobrovolně mizí.

Sličnostehna svou grimasou dala najevo, že si všimla papírku zbylém po mizející dvojici.

Hebkostřeva svou grimasu dala najevo, že řeší příklad na onom papírku.

Úloha 6. Máme pravidelný n -úhelník, kde $n > 3$. Očíslujeme jeho vrcholy čísly $1, 2, \dots, n$. Nyní do každého trojúhelníku, jehož vrcholy tvoří některé z vrcholů n -úhelníku, napíšeme součet čísel v jeho vrcholech. Nyní uvažme všechny trojúhelníky, které takto můžeme dostat. Součet čísel v nich označíme jako S_n . Určete, čemu se může rovnat n , pokud je podíl $\frac{S_n}{S_{n-1}}$ roven přirozenému číslu.

Po vyřešení příkladu již nebylo úniku.

„Hebkostřevo! Co to sakra mělo být?“

„Já-já... nevím, co bych měla dodat...“ rozpačitě mumlala zlodějka.

„Za tomuhle tobě trestu nemine!“ volal Třetipád, rozradostněn, že jeho kyj přece jen nepřijde nazmar.

„Počkej,“ zarazila ho Sličnostehna. „Co když je pod nějakým Plesnihrbovým kouzlem? Mohla bych ji zkusit odeklít.“

„No dobře,“ souhlasil Hoříknír, „ale pospěš. Měli bychom rychle zamířit do Suchodrsu, abych varovali obyvatele.“ Sličnostehny rty se neslyšně rozpochybovaly. Buď se chlubila svým nesporným talentem zapadnout mezi kapry, nebo formulovalo nějaké zaklínadlo. Světlý proud energie, který jí vzápětí vyrazil z rukou a zasáhl Hebkostřevu do hrudi, ovšem favorizoval spíše druhou variantu.

„Co... se to stalo? Cítím se najednou nějak... svobodněji...“

„Svoboda pro nosy!“ zvolal Křivohlen, ale ostatní to příliš nenadchlo.

„Strašlivě se omlouvám za to, co se stalo. Hrozně by mě mrzelo, kdyby kvůli mně někdo z vás přišel k úhoně. Což samozřejmě neplatí pro Křivohlena,“ dodala rychle.

Křivohlen si zarmouceně pomyslel, že to se ženami asi vážně neumí.